

Bài	Hướng dẫn và đáp án	Điểm
I a	Thay $x = 9$ (TMĐK) vào P , ta có: $P = \frac{2\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}+7} = \frac{10}{10} = 1$ Vậy $x = 9$ thì $P = 1$	0,5
b	$Q = 1 + \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{5\sqrt{x+11}}{x+3\sqrt{x+2}} \quad (x \geq 0)$ $= 1 + \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{5\sqrt{x+11}}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2}) + (\sqrt{x+1}) + 5\sqrt{x+11}}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})}$ $= \frac{x+2\sqrt{x} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+1} + 5\sqrt{x+11}}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})}$ $= \frac{x+9\sqrt{x}+14}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x+7})}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})} = \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+1}}$	0,25
C	$M = P \cdot Q = \frac{2\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+7}} \cdot \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+1}} = \frac{2\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+1}}$ $= 2 + \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ <p>Ta có: $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \geq 1 > 0$ mà: $2 > 0$</p> $\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \geq 1 > 0 \\ \text{mà: } 2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x+1}} > 0$	0,25



MINH HOÀNG

$$\Rightarrow 2 + \frac{2}{\sqrt{x+1}} > 2$$

$$\Rightarrow M > 2 \quad (1)$$

+ Ta có: $\sqrt{x+1} \geq 1 > 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+1}} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x+1}} \leq 2$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{2}{\sqrt{x+1}} \leq 4$$

$$\Rightarrow M \leq 4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2):

$$\Rightarrow 2 < M \leq 4$$

Mà M là số tự nhiên $\Rightarrow M \in \{3; 4\}$

+ Với $M=4 \Rightarrow \frac{2\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+1}} = 4$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+4} = 4\sqrt{x+1}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (TM)}$$

+ Với $M=3 \Rightarrow \frac{2\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+1}} = 3$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+4} = 2\sqrt{x+1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (TM)}$$

Vậy để M là số tự nhiên thì $x \in \{0; 1\}$

- II 1 Gọi số sách lớp 9A quyên góp đợt I là x (quyển)
số sách lớp 9B quyên góp đợt I là y (quyển)
Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 900$

718
CÔNG
H NHIỆ
VĂN G
DỤC Y
MINH
VH XU

	Đợt I cả 2 lớp quyên góp được 900 quyển, ta có phương trình: $x + y = 900$ (1)	0,25
	Đợt II lớp 9A quyên góp được: $x + 20\%x = x + 0,2x = 1,2x$ (quyển) Đợt II lớp 9B quyên góp được: $y + 40\%y = y + 0,4y = 1,4y$ (quyển)	0,25
	Đợt II cả 2 lớp quyên góp được nhiều hơn đợt I 251 quyển nên ta có phương trình: $1,2x + 1,4y = 900 + 251$ (2)	
	Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,2x + 1,4y = 1151 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 1,4x + 1,4y = 1260 \\ 1,2x + 1,4y = 1151 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 0,2x = 109 \\ x + y = 900 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 545 \text{ (TM)} \\ y = 355 \text{ (TM)} \end{cases}$	0,25
	Đợt II lớp 9A quyên góp được: $1,2 \cdot 545 = 654$ (quyển) Sau cả 2 đợt lớp 9A quyên góp được: $654 + 545 = 1199$ (quyển) Vậy sau 2 đợt lớp 9A quyên góp được: 1199 quyển.	0,25
2	Gọi chiều cao của bình nước là h (cm, $h > 0$) Bán kính đáy của bình nước là R (cm, $R > 0$) Đường kính đáy của bình là 6 cm $\Rightarrow 2R = 6 \Leftrightarrow R = 3$ (cm) = 0,3 (dm) $\Rightarrow h = 8 \cdot 3 = 24$ (cm) = 0,24 (dm)	0,25
	Thể tích của bình inox là thể tích của hình trụ:	0,25

763
T
M H
J A
A D
HOA
AN

		$V = \pi R^2 h$ $\approx 3,14 \cdot (0,3)^2 \cdot 24$ $\approx 0,68 \text{ (dm}^3\text{)}$ $\approx 0,68 \text{ (lít)}$ <p>Vậy thể tích của bình xấp xỉ khoảng 0,68 lít.</p>	
III	1	$\begin{cases} \frac{3}{ x -1} + \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{13}{3} \\ \frac{5}{ x -1} - \frac{7}{\sqrt{y+6}} = \frac{8}{3} \end{cases}$ <p>Điều kiện: $x \neq \pm 1; y > -6$</p> <p>Đặt: $\begin{cases} \frac{1}{ x -1} = a \\ \frac{1}{\sqrt{y+6}} = b \end{cases}$</p>	0,25
		Hệ phương trình trở thành:	0,25

MINH HOÀNG

Handwritten signature

Y
U HAN
PHÁP
ĐO TẠ
NG
T.P.H

$$\begin{cases} 3a + 4b = \frac{13}{3} \\ 5a - 7b = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15a + 20b = \frac{65}{3} \\ 15a - 21b = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 41b = \frac{41}{3} \\ 5a - 7b = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ 5a - \frac{7}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ 5a = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ a = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{1}{|x|-1} = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{y+6}} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x|-1=1 \\ \sqrt{y+6}=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x|=2 \\ y+6=9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (2;3); (x;y) = (-2;3)$.



0,25

Handwritten signature

2 a	$x^2 - (m-1)x + m - 2 = 0$ $(a = 1; b = -(m-1); c = m-2)$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $= [-(m-1)]^2 - 4(m-2)$ $= (m-1)^2 - 4m + 8$ $= m^2 - 6m + 9$ $= (m-3)^2$	0,5
	<p>Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \text{ (luôn đúng)} \\ (m-3)^2 > 0 \end{cases}$ <p>(Mà $(m-3)^2 \geq 0 \forall m$)</p> $\Rightarrow m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$ <p>Vậy $m \neq 3$</p>	0,25
b	<p>Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m-2 \end{cases}$</p> <p>Để $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq 2$ (ĐK: $x_1, x_2 \neq 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$)</p> $\Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} \leq 2$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} \leq 2$ $\Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m-2)}{m-2} \leq 2$	0,25

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 - 4m + 5}{m - 2} - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 - 4m + 5 - 2(m - 2)}{m - 2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 - 6m + 9}{m - 2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m - 3)^2}{m - 2} \leq 0$$

0,25

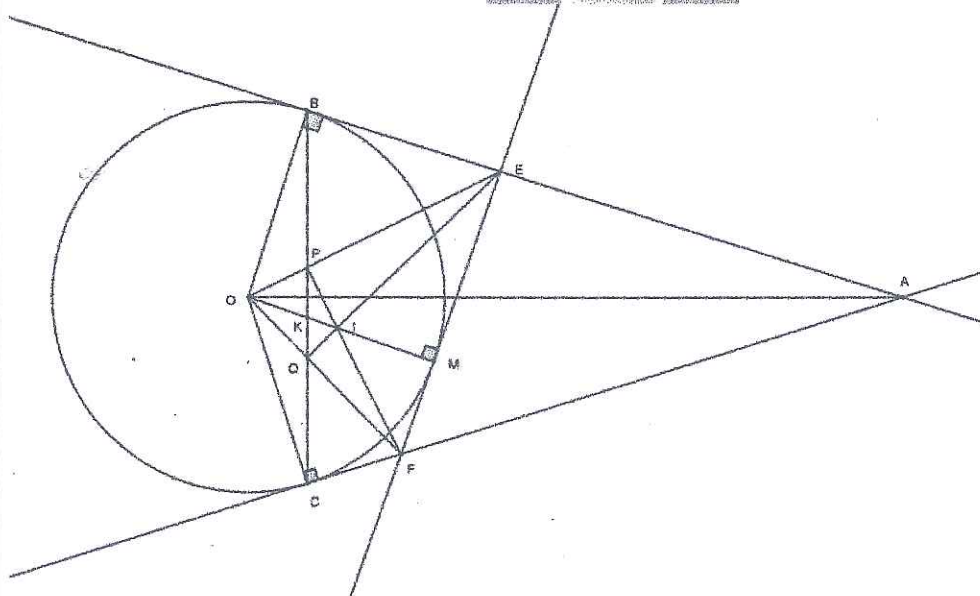
$$\text{TH1: } \begin{cases} (m - 3)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)} \\ m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 2$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} (m - 3)^2 \leq 0 \\ m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m - 3)^2 = 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m > 2 \end{cases} \text{ (KTM)}$$

Vậy $m < 2$.

0,25

IV



0,25

a CM 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

Xét (O) có: AB, AC là 2 tiếp tuyến tại B và C

$$\Rightarrow AB \perp OB; AC \perp OC$$

$$\Rightarrow \widehat{ABO} = 90^\circ; \widehat{ACO} = 90^\circ$$

0,5

	<p>Xét tứ giác ABOC có: $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$</p> <p>Mà hai góc này ở vị trí đối nhau</p> <p>\Rightarrow Tứ giác ABOC nội tiếp (dnhb) $\Rightarrow A, B, O, C$ cùng thuộc một đường tròn (đpcm)</p>	
b	<p>Chứng minh $\widehat{EOF} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$; $QP \cdot QC = QO \cdot QF$</p>	
	<p>* $\widehat{EOF} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$</p> <p>Xét (O) có:</p> <p>+ FM, FC là hai tiếp tuyến tại M và C (gt)</p> <p>$\Rightarrow OF$ là phân giác \widehat{MOC} (t/c)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{FOM} = \frac{1}{2}\widehat{MOC}$ (1)</p>	0,25
	<p>+ EB, EM là hai tiếp tuyến tại B và M (gt)</p> <p>$\Rightarrow OE$ là phân giác \widehat{BOM} (t/c)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{EOM} = \frac{1}{2}\widehat{BOM}$ (2)</p>	0,25
	<p>Ta có: $\widehat{EOF} = \widehat{EOM} + \widehat{FOM} = \frac{1}{2}(\widehat{MOC} + \widehat{BOM}) = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (đpcm)</p>	0,25
	<p>Xét ΔQOP và ΔQCF có:</p> $\left. \begin{array}{l} \widehat{OQP} = \widehat{FQC} \text{ (đối đỉnh)} \\ \widehat{EOF} = \widehat{BCA} \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta QOP \sim \Delta QCF \text{ (gg)}$	0,25
	<p>$\Rightarrow \frac{QP}{QO} = \frac{QF}{QC}$ (tỉ lệ cạnh tương ứng)</p> <p>$\Rightarrow QP \cdot QC = QO \cdot QF$ (đpcm)</p>	0,25
c1	<p>Chứng minh: E, I, Q thẳng hàng</p>	

* Xét tứ giác $OPFC$ có: $\widehat{POF} = \widehat{PCF}$ (cmt)

Mà hai góc này ở vị trí kề nhau cùng nhìn cạnh PF

\Rightarrow Tứ giác $OPFC$ nội tiếp (dnhb) $\Rightarrow \widehat{OCF} + \widehat{OPF} = 180^\circ$ (t/c)

Mà $\widehat{OCF} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OPF} = 90^\circ \Rightarrow PF \perp OE$

* Xét tứ giác $OBEQ$ có:

$\widehat{EOQ} = \widehat{QBE}$ ($= \widehat{PCF}$)

Mà hai góc này ở vị trí kề nhau cùng nhìn QE

\Rightarrow Tứ giác $OBEQ$ nội tiếp (dnhb) $\Rightarrow \widehat{OQE} + \widehat{OBE} = 180^\circ$ (t/c)

Mà $\widehat{OBE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OQE} = 90^\circ \Rightarrow EQ \perp OF$

* Xét $\triangle OEF$ có:

$OM \perp EF$ (EF là tiếp tuyến tại M) $\Rightarrow OM$ là đường cao

$PF \perp OE$ (cmt) $\Rightarrow PF$ là đường cao

Mà: $OM \cap PF$ tại I

$\Rightarrow I$ là trực tâm của $\triangle OEF$ $\Rightarrow I \in OE$

Mà $QE \perp OF$ tại Q

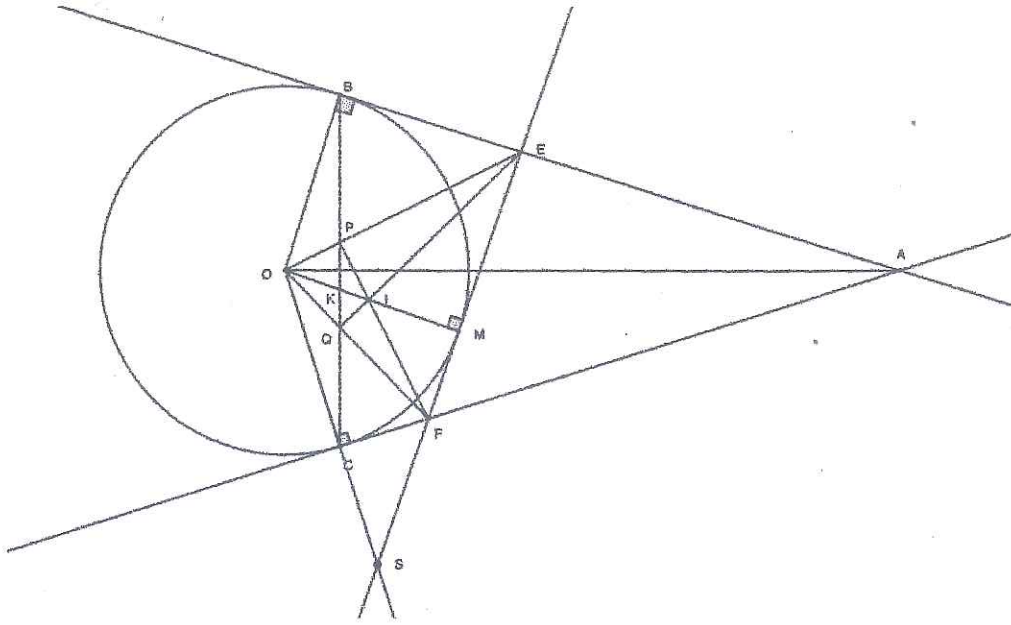
$\Rightarrow E, I, Q$ thẳng hàng (đpcm)

c2 CM: $SP.KQ = PK.SQ$

0,25

0,25





Xét $\triangle OEF$ có:

$$+ OM \perp EF \Rightarrow \widehat{OMF} = 90^\circ$$

$$+ EQ \perp OF \Rightarrow \widehat{IQF} = 90^\circ$$

$$+ FP \perp OE \Rightarrow \widehat{OPF} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $IQFM$ có: $\widehat{IQF} + \widehat{IME} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$$\Rightarrow \text{Tứ giác } IQFM \text{ nội tiếp (dnhb)} \Rightarrow \widehat{IMQ} = \widehat{IFQ} \text{ (t/c)}$$

Xét tứ giác $OFMP$ có: $\widehat{OPF} = \widehat{OMF} (= 90^\circ)$

Mà hai góc này ở vị trí kề nhau cùng nhìn OC

$$\Rightarrow \text{Tứ giác } OFMP \text{ nội tiếp (dnhb)} \Rightarrow \widehat{PMO} = \widehat{OMQ} \text{ (t/c)}$$

$$\Rightarrow OM \text{ là phân giác } \widehat{PMQ}$$

Xét $\triangle PMQ$ có MK là phân giác \widehat{PMQ}

$$\Rightarrow \frac{MP}{MQ} = \frac{PK}{KQ} \text{ (t/c đường phân giác) } \textcircled{1}$$

Mà: $OM \perp MS \Rightarrow MS$ là phân giác ngoài \widehat{PMQ} (t/c)

0,25

1876

NG T

NHIỆM H

IN GIẢI

UC VÀ B

INH HÒA

XUÂN

m

		$\Rightarrow \frac{MP}{MQ} = \frac{SP}{SQ} \text{ (t/c đường phân giác) } \textcircled{2}$ <p>Từ $\textcircled{1}$ và $\textcircled{2}$:</p> $\Rightarrow \frac{PK}{KQ} = \frac{SP}{SQ} \Rightarrow PK \cdot SQ = SP \cdot KQ \text{ (đpcm)}$	
V	C1	<p>*</p> $\left. \begin{array}{l} y \leq 2 \Rightarrow y - 2 \leq 0 \\ x \leq y \Rightarrow x - y \leq 0 \end{array} \right\}$ $\Rightarrow (x - y)(y - 2) \geq 0$ $\Rightarrow xy - 2x - y^2 + 2y \geq 0$ $\Rightarrow xy - 2x + 2y \geq y^2 \textcircled{1}$ <p>*</p> $x + y - 3 \leq 0$ <p>Mà $x > 0$</p> $\Rightarrow x(x + y - 3) \leq 0$ $\Rightarrow x^2 + xy - 3x \leq 0$ $\Rightarrow 3x - xy \geq x^2 \textcircled{2}$	0,25
		<p>*</p> <p>Từ $\textcircled{1}$ và $\textcircled{2} \Rightarrow x^2 + y^2 \leq (xy - 2x + 2y) + (3x - xy)$</p> $\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + 2y \leq 3 + 2 = 5$ <p>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$</p>	0,25
	C2	<p>+ Nếu $xy \geq 2 \Rightarrow x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \leq 9 - 4 = 5$</p> <p>+ Nếu $xy \leq 2$ mà $x \leq y \Rightarrow y^2 - x^2 \geq 0$</p>	0,25



m

ỦY BAN
 PHÁP
 ĐẠO TẠO
 .NG
 T.P.H.A

